

【No.13】 解答.5

解説)

XとYの積は1000以上、10000以下なので、

$$1000 \leq XY \leq 10000 \cdots \textcircled{1}$$

$X > Y$ とする。二乗の差は441となるので、

$$X^2 - Y^2 = 441 \text{となる。}$$

これを因数分解すると

$$(X+Y)(X-Y) = 441 \cdots \textcircled{2}$$

ここで441を素因数分解すると、

$441 = 3 \times 3 \times 7 \times 7$ となるので、 $\textcircled{2}$ より $(X+Y)$ 、 $(X-Y)$ の組み合わせとして考えられるのは、

$(X+Y) > (X-Y)$ も考慮して考え、

$\{(X+Y), (X-Y)\}$ は

パターン(1) $\{(X+Y), (X-Y)\} = \{(3 \times 3 \times 7 \times 7), 1\} = \{441, 1\}$ か

パターン(2) $\{(X+Y), (X-Y)\} = \{(3 \times 7 \times 7), 3\} = \{147, 3\}$ か

パターン(3) $\{(X+Y), (X-Y)\} = \{(7 \times 7), (3 \times 3)\} = \{49, 9\}$

の3パターンである。

(1)は $X+Y = 441$ 、 $X-Y = 1$ の連立方程式を解くと、 $X = 221, Y = 220$

これは $221 \times 220 = 48620$ となって $\textcircled{1}$ を満たさないので不適。

(2)は $X+Y = 147$ 、 $X-Y = 3$ の連立方程式を解くと、 $X = 75, Y = 72$

これは $75 \times 72 = 5400$ となって $\textcircled{1}$ を満たす。

(3)は $X+Y = 49$ 、 $X-Y = 9$ の連立方程式を解くと、 $X = 29, Y = 20$

これは $29 \times 20 = 580$ となって $\textcircled{1}$ を満たさないので不適。

よって、以上より(2)のパターンの $X = 75, Y = 72$ となるので、**選択肢5**が正解である。